Королева Елена Сергеевна,
Королев Сергей Олегович

MATHCAD – РАБОЧАЯ СРЕДА СОВРЕМЕННОГО ШКОЛЬНИКА

Настоящее время характеризуется очень быстрым распространением домашних компьютеров и введением уроков информатики уже в младших классах школ. Благодаря этому с раннего школьного возраста дети приобретают навык общения со сложной техникой, которая в домашних условиях используется ими, как правило, для игр, поиска информации в Интернете и распечатывания текстов. Более старшие создают свои фотоальбомы, музыкальные файлы, просматривают фильмы, общаются на различных форумах, создают презентации своих выступлений на уроках, семинарах, конференциях...

К сожалению, среди всех этих бесспорно важных и необходимых умений и навыков практически отсутствует применение компьютера как инструмента для решения задач, изучения и исследования серьезных проблем, сбора и обработки больших объемов информации при освоении учащимися программы школьного курса по различным предметам.

Для того, чтобы восполнить этот недопустимый в XXI веке пробел, необходимо пересматривать программы всех школьных курсов с целью использования в них учителями и учениками уже существующего современного программного обеспечения. Компьютер должен стать в школе не только средством получения информации, тестирования учащихся и генератором демонстрационных моделей для множества предметов школьного курса, – он должен стать инструментом современного школьника при самостоятельном решении им разнообразных задач. Дать этот мощнейший инструмент детям и научить им пользоваться должны учителя-предметники в тесном сотрудничестве с учителями информатики.

Мы попробовали начать реализовывать эту идею на уроках алгебры в 9-х классах Второй Санкт-Петербургской гимназии и уже увидели серьезные результаты, а главное – бесконечные перспективы такого обучения алгебре. Нами был выбран математический пакет MathCad, обладающий простым интерфейсом и наиболее часто используемый в среде студентов – выпускников нашей гимназии и не только. Беда этих студентов была в том, что осваивать работу в среде MathCad им приходилось самостоятельно, а привело их к этому желание быть наиболее успешными при изучении математических и технических дисциплин в ВУЗах. Еще одной важной причиной выбора среды MathCad была та, что это не специально изобретенная программа для решения узкого круга школьных задач (не имело бы смысла тратить на ее изучение драгоценное школьное время), а математический пакет, предназначенный для решения серьезных научных и технических проблем, которым пользуются научные работники и инженеры в своей повседневной деятельности. Мы не учим играть в игрушки (пусть и полезные), а делаем маленький шажок (который сделать ученики уже способны!) во взрослую научную и практическую деятельность.

Учитывая все сказанное выше, мы разработали программу спецкурса «Введение в MathCad для школьников», создаем методическое пособие по использованию программной среды MathCad для решения задач элементарной математики. Овладев в результате обучения на упомянутом спецкурсе навыками работы в среде MathCad, ученики способны выполнять на компьютере многие виды заданий, предлагаемых в том числе и в учебниках алгебры 7–11 классов.

Это дает возможность учащимся:

– сократить время на вычисления там, где вычисления – досадная необходимость, а не основная задача;

– самостоятельно проверять правильность выполнения действий «вручную» по преобразованию выражений, решению уравнений, систем уравнений, неравенств и их систем, вычислению интегралов и производных функций;

– выполнять построения графиков функций такого качества и в таком количестве, которое без помощи компьютера достичь нельзя;

– строить графики и изучать свойства функций, заданных в неявном виде;

– рассматривать примеры и задачи, выходящие за рамки школьного курса из-за их сложности;

– осуществлять поиск и анализ решений задач с параметрами, которые невозможно или почти невозможно сделать «вручную»;

– повысить интерес к математике, приобрести новые ощущения и возможности для слабых и средних учеников;

– перевести общение с преподавателем математики на более современный уровень;

– выполнять и сдавать на проверку ежедневные домашние задания в электронном виде;

– снять хотя бы отчасти психическое напряжение у тех учащихся, у которых трудности выполнения графических и рукописных работ связано с определенными проблемами в здоровье (процент таких школьников не так уж и мал);

– к моменту начала обучения в ВУЗе свободно владеть современным математическим программным продуктом, углубляя и расширяя знания его возможностей уже самостоятельно по мере возникновения новых проблем;

– и еще многое и многое...

Начав эту деятельность, мы уже не остановимся – все больше классов оснащаются компьютерами, почти каждый ученик имеет компьютер дома, а при его отсутствии имеет беспрепятственный доступ к компьютерам в школе в удобное для себя время. Нашей дополнительной задачей при изучении математики становится обучение школьников определенной вычислительной культуре, необходимой для развития творческого и независимого мышления, подготовке их к вступлению во взрослую жизнь.

Предлагаем рассмотреть в качестве примера один из уроков алгебры, проведенных с использованием начальных умений и навыков работы с программной средой «MathCad» в 9 классе Второй Санкт-Петербургской гимназии.

«ОБОБЩАЮЩЕЕ ПОВТОРЕНИЕ КУРСА АЛГЕБРЫ 9 КЛАССА»

Ход урока:

I. Проверка домашнего задания.

Домашнее задание на этот урок заключалось в том, что дома (или в гимназии во вторую половину дня в кабинете информатики) учащиеся должны были построить на компьютере с помощью программной среды «MathCad» 8 графиков заданных функций. Рассмотрим результаты их построения (рис. 1.1–1.8).

После построения необходимо выяснить по графикам, какие из функций:

– определены на всей числовой прямой;

– имеют разрывы области определения;

– имеют множеством своих значений луч (всю числовую прямую, два луча, полуинтервал);

– четные (нечетные, общего вида);

– не имеют нулей (один, два, три нуля).

$$w(x) := \frac{x^2 + 5}{4 - 2x}$$

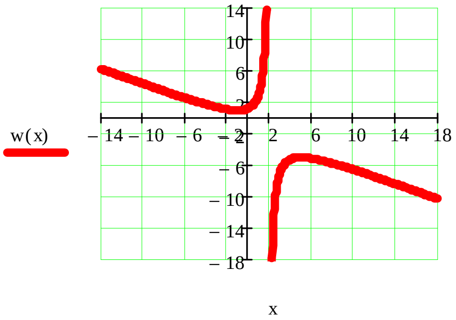

Рис. 1.1

$$t(x) := x^2(x - 3)$$

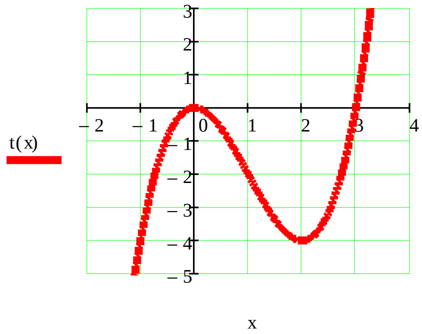

Рис. 1.2

$$y(x) := 2x^3 - 3x^2 + 5$$

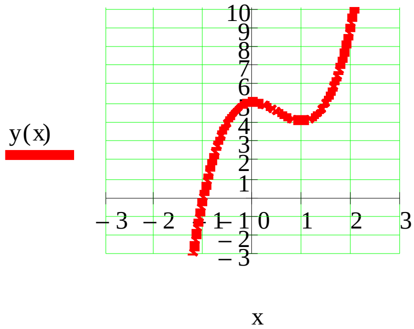

Рис. 1.3

$$f(x) := \frac{1}{4}(x - 3)(x + 3)^2$$

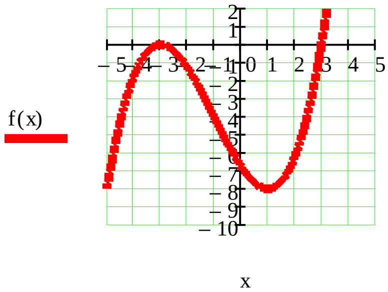

Рис. 1.4

$$d(x) := 2x^2 - x^4 + 1$$

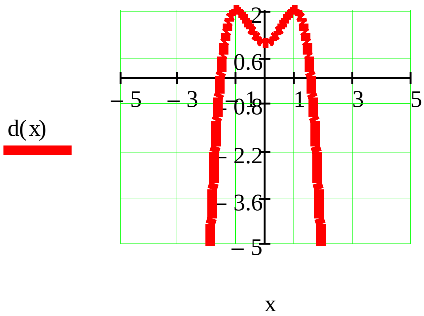

Рис. 1.5

$$p(x) := \frac{1}{|x| - 1}$$

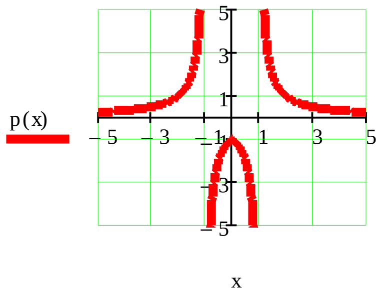

Рис. 1.6

$$y(x) := x^4 - 2x^3 - 1$$

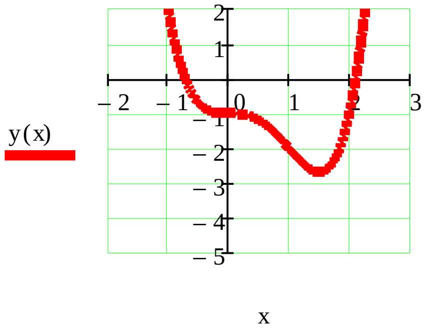

Рис. 1.7

$$y(x) := \frac{2}{x^2 + 4}$$

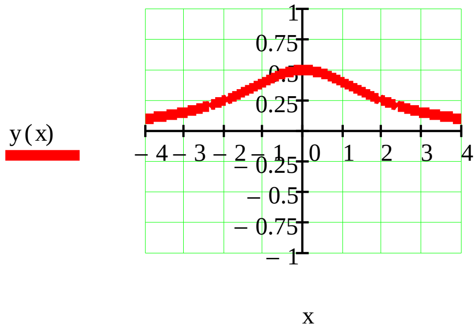

Рис. 1.8

Кроме того, для каждой функции необходимо было определить промежутки монотонности.

Перечисленный список вопросов может быть дополнен, например, требованиями решить графически уравнение типа $f(x) = a$, неравенство типа $f(x) \le a$ и другими на усмотрение учителя.

Ответы на некоторые вопросы могут быть подтверждены аналитическими преобразованиями.

Следует отметить, что для построения одного графика учащийся тратит менее 5 минут.

Построенные графики дети приносят в класс на любом электронном носителе (некоторые умудряются приносить на плеере или мобильном телефоне).

Урок начинается с того, что один из учеников, загрузив в компьютер (2–3 минуты), демонстрирует построенные дома графики через проектор на экран для всеобщего обозрения.

Затем следует обсуждение (ответы на поставленные вопросы).

II. Работа в классе.

Далее используются задания из «Сборника заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе» Л.В. Кузнецовой и др. М.: «Просвещение», 2006.

При выполнении следующих заданий один ученик (по очереди) работает за компьютером, и результаты его работы отображаются на экране для всеобщего обозрения, несколько человек параллельно работают у доски, а остальные за партами.

1. Упростить выражение и построить график данной функции (рис. 2.1.1–2.1.3)

$$y = \frac{(x^2+4x+3)(x^2-3x+2)}{x^2-x-2}.$$

$$y1(x) := \frac{-x^3+3x^2-2x}{x^2-2x} \text{ simplify } \to 1 - x$$

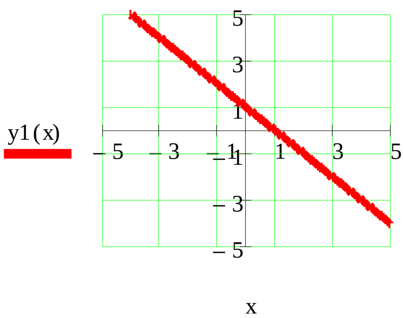

Рис. 2.1.1

$$z(x) := \frac{(x^2+7x+12)\cdot(x^2+3x+2)}{x^2+6x+8} \text{ simplify } \to (x+1)\cdot(x+3)$$

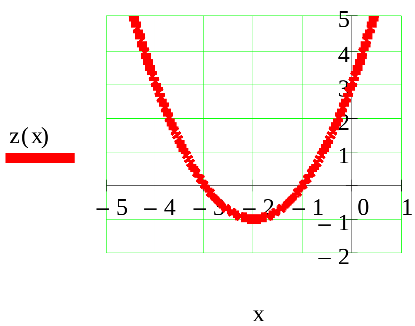

Рис. 2.1.2

$$z1(x) := \frac{(x^2+4x+3)\cdot(x^2-3x+2)}{x^2-x-2} \text{ simplify } \to (x-1)\cdot(x+3)$$

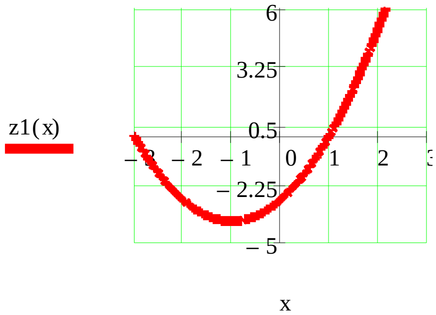

Рис. 2.1.3

$$x^2 - 2\cdot x - 5 < \frac{-6}{x} \text{ solve}, x \;\rightarrow -2 < x < 0 \vee 1 < x < 3$$

Рис. 2.2.1

$$y(x) := x^2 - 2\cdot x - 5$$

$$f(x) := \frac{-6}{x}$$

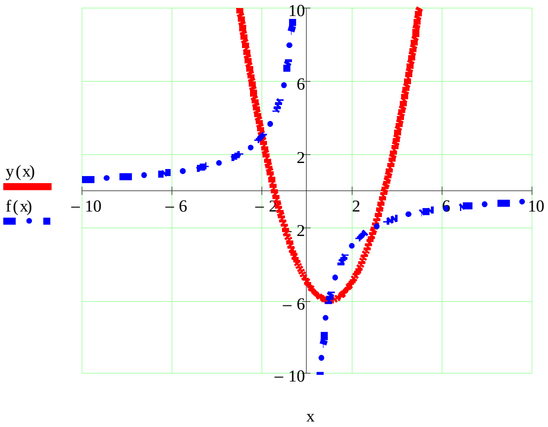

Рис. 2.2.2

$$x^2 + 3\cdot x - 1 = \frac{3}{x} \text{ solve}, x \;\rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

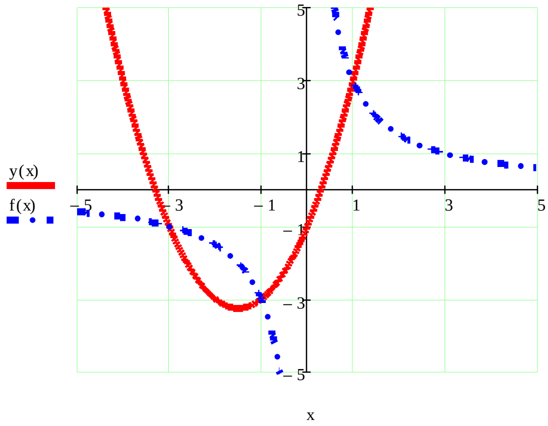

Рис. 2.3.1

Компьютер «упрощает», строит, но «забывает» «выколоть» соответствующие точки.

Затем следует обсуждение и «исправление» решения компьютера.

2. Решить неравенство:

$$x^2 - 2x - 5 < \frac{-6}{x}.$$

Дети за партами и на доске решают графически, а за компьютером – аналитически и графически.

Компьютерное решение показано на рис. 2.2.1, графическая иллюстрация решения – на рис. 2.2.2.

Затем следует обсуждение.

3. Вычислить координаты точек пересечения параболы $y(x) = x^2 + 3x - 1$ и гиперболы $f(x) = \frac{3}{x}$.

Все решают аналитически, ученик за компьютером – графически и аналитически (рис. 2.3.1).

Затем следует обсуждение.

4. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} xs = 5, \\ x^2 + s^2 = 26. \end{cases}$$

Задание выполняется аналогично заданию 3 (рис. 2.4.1–2.4.2).

Аналитический метод решения представлен на рис. 2.4.3.

Ответы, полученные аналитическим и графическим методами совпадают.

Обсуждение.

5. Определить, при каких значениях C окружность $x^2 + y^2 = 18$ и прямая $x + y = C$ пересекаются в двух точках.

$$x^2 + s^2 - 26 \text{ solve}, s \;\rightarrow \begin{pmatrix} \sqrt{x^2 - 26\cdot i} \\ -\sqrt{x^2 - 26\cdot i} \end{pmatrix}$$

$$s1(x) := \left(26 - x^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$s2(x) := -\left(26 - x^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$s3(x) := \frac{5}{x}$$

Рис. 2.4.1

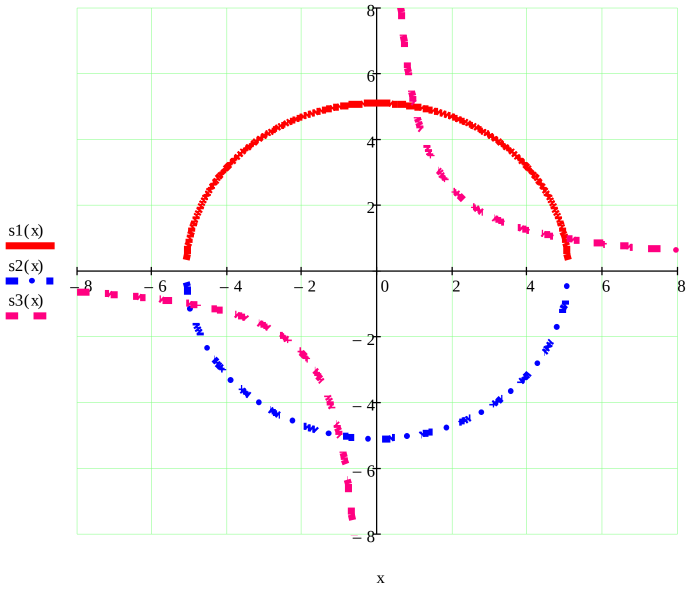

Рис. 2.4.2

Given

$$x^2 + s^2 = 26$$

$$x \cdot s = 5$$

$$\mathrm{Find}(x, s) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 & -1 \\ 5 & 1 & -1 & -5 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.4.3

Дети за партами и на доске решают аналитически, ученик за компьютером в это время строит несколько рисунков для разных значений *C* и «подбирает» ответ на вопрос задачи, затем уточняет рисунок, узнав ответ. Весь процесс его работы изображается на экране (рис. 2.5.1–2.5.2).

Далее следует обсуждение.

6. Найти все значения параметра *a*, при которых точка пересечения прямых $y = 2x + 1$ и $y = a - 5x$ находится в первой координатной четверти.

Задание выполняется аналогично заданию 5. Результаты решения приведены на рис. 2.6.1.

Далее следует обсуждение.

$y1(x) := \sqrt{18 - x^2}$ $\quad y3(x) := x + 8$ $\quad y4(x) := x + 6$

$y2(x) := -\sqrt{18 - x^2}$ $\quad y6(x) := x - 8$ $\quad y5(x) := x - 6$

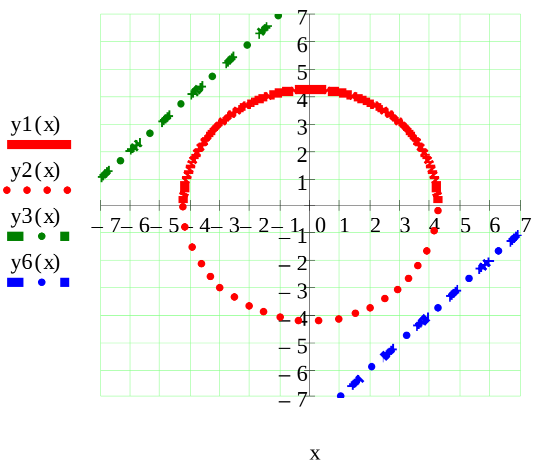

Рис. 2.5.1

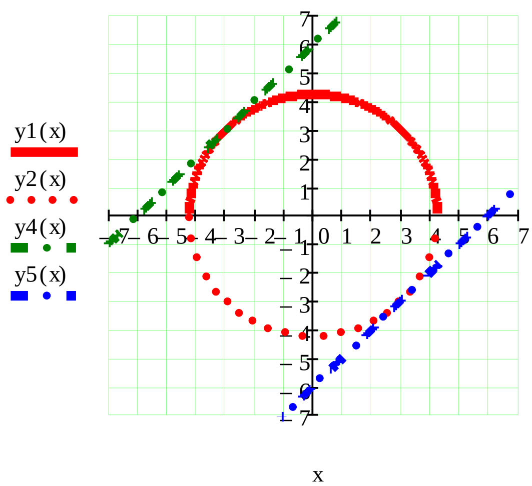

Рис. 2.5.2

$y(x) := 2 - 3 \cdot x$ $\quad f(x) := 2 \cdot x$ $\quad g(x) := 4 + 2 \cdot x$ $\quad s(x) := -2 + 2 \cdot x$ $\quad y1(x) := 2 + 2 \cdot x$

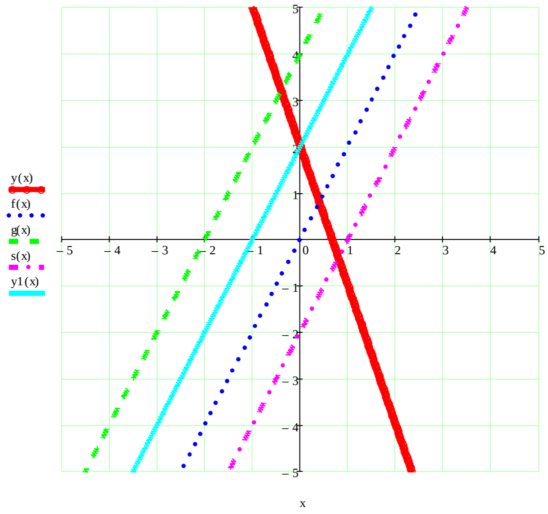

Рис. 2.6.1

Королева Елена Сергеевна,
учитель математики высшей квалификационной категории Второй Санкт-Петербургской гимназии, почетный работник образования, трижды Соровский учитель средней школы,

Королев Сергей Олегович,
преподаватель спецкурса «Введение в MathCad» Второй Санкт-Петербургской гимназии.